São Luis, 11 de maio de 2024

Uema - CCT - Engenharia Mecânica
Cálculo Numérico Básico

Professor Hilkias Jordão
Thainá Pãmela Nascimento Saraiva

Tarefa 02

1º Questão

Para esclarecer iremos considerar $f(x) = (x+1)^{1/3}$. Vamos calcular suas derivadas sucessivas em relação a x e depois encontrar a expansão em Maclaurin, onde $x = 0$:

Derivadas:	$x=0$	Maclaurin
$f(x) = (x+1)^{1/3}$	$f(0) = 1$	$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2$
$f'(x) = \frac{1}{3}(x+1)^{-2/3}$	$f'(0) = \frac{1}{3}$	
$f''(x) = \frac{-2}{9}(x+1)^{-5/3}$	$f''(0) = -\frac{2}{9}$	

Substituindo os valores:

$$(x+1)^{1/3} = 1 + \frac{1}{3}x - \left(\frac{2}{9} \div 2!\right)x^2 \rightarrow \boxed{\sqrt[3]{x+1} = 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2}$$

Para $\sqrt[3]{29} \simeq 1 + \frac{1}{3}(28) - \frac{1}{9}(28)^2 \rightarrow 1 + 9.333 - 87.111$

$\sqrt[3]{29} \simeq -76,778$ resultado INCORRETO!

Obs: a série de maclaurin só é válida se, somente se, os valores de x forem próximos a zero. Ou seja, quando $x > -1$ e < 1 não se apropriando ao cálculo de raizes cúbica para valores positivos maiores que 1.

2º Questão

Iremos usar a expansão de maclaurin para tgx e senx

Para tgx: $tgx = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots$

Para senx: $senx = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \dots$

Substituindo na expressão para Gp, temos:

$$Gp = \lim_{x\to 0}\left(\frac{2((x+x^3/3+2x^5/15)-(x-x^3/6+x^5/120))-x^3}{x^5}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{2(x+x^3/3+2x^5/15-x+x^3/6-x^5/120)-x^3}{x^5}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{2(\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{8}x^5)-x^3}{x^5}\right) \rightarrow \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^3+\frac{1}{4}x^5-x^3}{x^5}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\frac{1}{4}x^5}{x^5}\right) \rightarrow \lim_{x\to 0} = \frac{1}{4}$$

3º Questão

$\cos \frac{\pi}{6}$ com erro $\leq 10^{-7}$; $-1 < \cos < 1$

$f(x) = \cos x = \frac{1}{0!} - \frac{1}{2!} x^2 + \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{6} x^6 + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n!} + R_n$

Para $\cos x$, onde $x = \frac{\pi}{6}$

$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^4}{24} - \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^6}{720}$

Pela fórmula do erro:

$R_n \leq m \frac{x^n}{n!} \rightarrow R_n \leq m \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^n}{n!} \leq 10^{-7}$ $\quad m = 1$

$1 \cdot \frac{\left(\frac{\pi}{n}\right)^n}{n!} \leq 10^{-7}$ $\quad$ Tomando $x = \frac{\pi}{0} \cong 0{,}5236$

$\frac{(0{,}5236)^n}{n!} \leq 10^{-7} \rightarrow n! \leq 0{,}5236 \times 10^7 \rightarrow n! \geq 5236000$

então $n=11$ termos, o valor de cos será considerando apenas os não nulos $n=6$ termos

$\cos \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{(0{,}5236)^2}{2} + \frac{(0{,}5236)^4}{24} - \frac{(0{,}5236)^6}{720} =$

$= 1 - 0{,}13714 + 0{,}00313 - 0{,}0000004$

$\cos \frac{\pi}{6} \cong 0{,}865901$ //